

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
Dr. Franco Obersnel  
A.a. 2007-2008, sessione estiva, I appello

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1.** È data una successione di numeri reali  $(x_n)_n$  tale che, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < x_n < 1$ . Supponiamo inoltre che esista

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n^n = \gamma > 0.$$

(i) Si provi che esistono e si calcolino i limiti  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log(x_n)$  e  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ .

(ii) Si calcoli

$$\lim_{y \rightarrow 1} \frac{1-y}{\log y} =$$

(iii) Si verifichi, utilizzando il limite calcolato in (ii), che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(x_n - 1)}{\log x_n^n} = 1.$$

(iv) Si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n(1 - x_n) =$$

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri il polinomio

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2.$$

Si determinino

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x) =$

- i segni di  $f'$  :

- la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

- i segni di  $f$ :

- $f''(x) =$

- i segni di  $f''$ :

- la concavità, la convessità, i punti di flesso di  $f$ :

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.**

(i) Si stabilisca per quali  $b \in \mathbb{R}^+$  esiste l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} x b^x dx.$$

(ii) Si calcoli

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx.$$

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{x^2} \left( \int_t^{2t} e^{s^2} ds \right) dt.$$

(i) Si calcoli  $f'(x) =$

(ii) Si determinino, giustificando le risposte,

•  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(iii) Si provi che, per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ , esistono esattamente due soluzioni dell'equazione

$$f(x) = \alpha.$$