Esame di Analisi matematica I
Prova di esercizi
Corso del Professor Franco Obersnel
Sessione autunnale, appello unico

COGNOME e NOME _____ **N. Matricola** _____

Anno di Corso _____ **Laurea in Ingegneria** _____

Verifica delle competenze preliminari.

(*i*) Si scriva la definizione esplicita di $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\frac{4}{5}$.

(*ii*) Si calcoli il limite $\lim_{n\to+\infty} \frac{\operatorname{sen}(n)}{n} \cdot \log(2n)$

(*iii*) Si calcoli la derivata della funzione $f(x) = \operatorname{sen}(x^2+1) + \int_{-2x}^{x^2+1} \operatorname{sen}(t^2+1)\,dt$.

(*iv*) Si calcoli l'integrale $\int_{-1}^{2} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione reale di variabile reale definita da

$$f(x) = \cos^2(x) + \operatorname{sen}(x) - 1$$

(i) Si stabilisca se la funzione ammette limiti a $\pm\infty$.

(ii) Si calcolino $f'(x)$ e $f''(x)$.

(iii) Si determinino gli zeri di $f'(x)$ e si studi l'eventuale esistenza di punti di massimo/minimo di f. Se esistono, si calcolino i valori massimo e minimo assoluti della funzione.

(iv) Si determini il numero delle soluzioni nell'intervallo $[0, 2\pi]$ dell'equazione $f(x) = \alpha$ nei casi $\alpha = -\frac{1}{4}$, $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{1}{4}$.

COGNOME e NOME _____ **N. Matricola** _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcolino gli integrali

(i) $\displaystyle\int_1^e \frac{\log(x^2)}{x^2}\,dx$

(ii) $\displaystyle\int_{-e}^{-1} \frac{\log(x^2)}{x^2}\,dx$

(iii) $\displaystyle\int_{-e}^{e} \frac{\log(x^2)}{x^2}\,dx$

(iv) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\log(x^2)}{x^2}\,dx$

ESERCIZIO N. 4. Al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ si consideri la funzione reale h definita da

$$f(x) = \begin{cases} |x-2| + x & \text{se } x < 3; \\ |x-a| - x & \text{se } x \geq 3; \end{cases}$$

(i) Si determinino gli eventuali parametri $a \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione f sia continua su $\mathbb{R}$.

(ii) Si scelga uno dei parametri a calcolati in (i); per questo parametro si calcolino $f'(x)$ e $f''(x)$.

(iii) Per il parametro scelto in (ii) si determinino gli intervalli di convessità e gli eventuali punti di flesso di f.

(iv) Per il parametro scelto in (ii) si determinino, se possibile, $\min f$ e $\max f$.