

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
Corso: OMARI  TIRONI   
A.a. 2000-2001, sessione estiva, III appello.

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

VOTO \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1.** Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l’insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\frac{z^2}{z-1} \in \mathbb{R}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri il sottoinsieme di  $\mathbb{R}$

$$E = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 > 1\}.$$

(i) Si determinino :

•  $\text{int } E =$

•  $\text{cl } E =$

•  $\text{fr } E =$

(ii) Si dica, giustificando la risposta, se  $\text{cl } E$  è compatto.

(iii) Si dica, giustificando la risposta, se  $\text{fr } E$  è connesso.

NB:  $\text{cl } E$  indica la chiusura dell'insieme  $E$ ;  $\text{int } E$  indica la parte interna di  $E$ ,  $\text{fr } E$  indica la frontiera di  $E$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Sia

$$f(x) = \arcsin(|x - 1| - x).$$

Si determinino:

- il dominio di  $f$  :
  
- i segni di  $f$  :
  
- $f'(x) =$
  
- $f'(0) =$   $\lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) =$   $\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) =$
- i punti di annullamento e i segni di  $f'$  :
  
- la crescita, la decrescenza e gli estremi di  $f$  :
  
- l’equazione della tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(\frac{1}{2}, 0)$ :
  
- $f''(x) =$
  
- i punti di annullamento e i segni di  $f''$  :
  
- la concavità, la convessità e i punti di flesso di  $f$  :

Si determini il numero delle soluzioni  $x \in \text{dom}f$  dell’equazione  $f(x) = t$ , al variare di  $t \in \mathbb{R}$ .

**ESERCIZIO N. 4.** Sia

$$f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}.$$

(i) Si determini una primitiva di  $f$  sull'intervallo  $[1, +\infty[$ .

(ii) Si calcoli  $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \int_0^x e^{t^2} dt}{x^3}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**