Come spiegato nel regolamento d'esame,
in questo tema d'esame possono comparire entrambi gli
standard del punto decimale e della virgola decimale.
In ogni esercizio in cui nel quesito o nello svolgimento compaiono numeri che in italiano diciamo *con la virgola*, scrivere all'inizio dello svolgimento se è usato lo standard del punto o della virgola decimale.
Ovviamente se nel testo di un quesito c'è qualcuno di quei numeri, lo svolgimento va fatto continuando con lo stesso standard.

Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame

Chi si ritira, consegna **solo** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.
(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

Esercizio 0. Triplice – quesiti basici – chi non risolve almeno 2 non passa l'esame – per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.

ESERCIZIO 0a$_{\mu 2025}$ (R) $\approx$ Calcolare la media geometrica di `8E1` e `3E4`

$$\boxed{\approx 1.5492\text{E}3}$$

ovvero

$$\boxed{\approx 1549.2}$$

(che è la radice quadrata del prodotto dei 2 numeri 80 e 30 000).

ESERCIZIO 0b$_{\mu 2025}$ (R) $*$ Scrivere la classicissima formula della probabilità composta, ovvero, dell'evento composto, indicato con $A \cap B$ oppure $A \wedge B$ oppure A et B.

$$\boxed{\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B)}$$

ESERCIZIO 0c$_{\mu 2025}$ (R) $*$ Come si chiama internazionalmente, ovvero, in inglese, quel parametro dell Statistica (Inferenziale), indicato classicamente con p o più grossolanamente con P, minore di 1 e auspicabilmente più puccolo possibile, ad indicare un'ipotetica bontà di un'affermazione statistica?

$$\boxed{p\text{–value}}$$

(molto mal scritto da certuni, p value).

ES. 1$_{\mu}$ $\approx$ Per una certa specie di animali da laboratorio si abbia questa modellizzazione del peso alla nascita in funzione della lunghezza x:

$$-3{,}767 + 89.11\,x + 1.237\,x^2 \qquad 40 \le x \le 55$$

con la lunghezza in centimetri e il peso in grammi, ma non ci occupi di unità di misura e si usino numeri puri. A quale lunghezza corrisponde il peso 2,750?

SVOLGIMENTO

Viene usato lo standard del punto decimale (come si vede dal numero 89.11 e la virgola allora è separatore delle migliaia).

(In questo esercizio la questione del punto o virgola decimali è fondamentale).

(Continueremo ovviamente con lo standard del punto decimale, e veramente sostituire la virgola separatrice delle migliaia con lo spazietto separatore sarebbe perfetto, ma non lo faremo: terremo la virgola separatrice delle migliaia del testo originale).

Saranno accettabili tutte le eventuali soluzioni tali che

$$40 \le x \le 55$$

dell'equazione di secondo grado che abbiamo:

$$2{,}750 = -3{,}767 + 89.11\,x + 1.237\,x^2$$

che dopo aver sommato ad ambo i membri $-2{,}750$

$$\Big/ + (-2{,}750)$$

subito si risolve con le note formule di Δ e $x_{1,2}$:

$$0 = -6{,}517 + 89.11\,x + 1.237\,x^2$$

$$\begin{aligned}\Delta &= 89.11^2 - 4 \cdot 1.237 \cdot \big(-6{,}517\big) = \\ &= 7{,}940.5921 + 32{,}246.116 = \\ &= 40{,}186.7081\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-89.11 \pm \sqrt{40{,}186.7081}}{2 \cdot 1.237} \approx \\ &\approx \frac{-89.11 \pm 200.466}{2.474} \approx\end{aligned}$$

escludendo la soluzione col $-$ perché fuori dall'intervallo $[40, 55]$, e in effetti è addirittura negativa (assurdo per una lunghezza), otteniamo infine col $+$

$$\begin{aligned}x &\approx \frac{111.356}{2.474} \approx \\ &\approx 45.01\end{aligned}$$

che bene ulteriormente approssimiamo

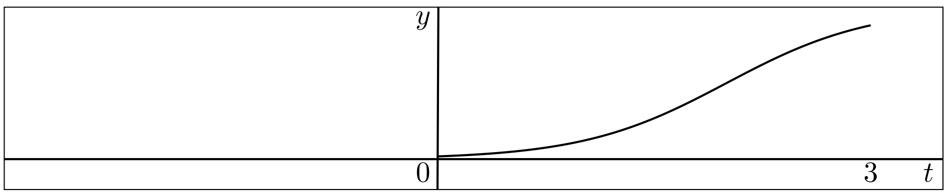
$$\boxed{\approx 45}$$

evitando di considerare nell'approssimazione quell'1 che rappresenta un decimo di millimetro.

ESERCIZIO 2$_{\mu}$ $\ast$ Per il tempo t corrispondente agli anni, questa è una grossolana modellizzazione della mortalità (in *per mille*) della pandemia covid, a livello mondiale, nei primi 3 anni ponendo lo 0 al 1 marzo 2020:

$$f(t) = \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{4-2\,t}} \qquad 0 \le t \le 3$$

Essa cioè ci dice il numero cumulativo di morti per migliaio di abitanti (del mondo intero) in funzione del tempo. Per quale t si raggiunse 1 morto ogni 2000 abitanti, ovvero 0.5 morti ogni 1000, in base alla (grossolana) soprascritta modellizzazione?



SVOLGIMENTO
Viene usato lo standard del punto decimale.

Abbiamo l'equazione

$$0.5 = \frac{1}{1 + e^{4-2t}} \qquad \Big/ \text{reciproco}$$

$$1 + e^{4-2t} = \frac{1}{0.5}$$

$$1 + e^{4-2t} = 2 \qquad \Big/ -1$$

$$e^{4-2t} = 1 \qquad \Big/ \ln$$

$$4 - 2t = 0 \qquad \Big/ -4$$

$$-2t = -4 \qquad \Big/ : (-2)$$

$$\boxed{t = 2}$$

(Cioè dopo 2 anni dall'inizio, verso il 1 marzo 2022).

ES. 3$_{\mu}$ $*$ Al variare del tempo t (ma prescindendo in tutto l'esercizio dalle unità di misura) la portata di un liquido che fluisce in un tubo è

$$f(t) := \frac{t}{64 + t^2}$$

Calcolare la quantità di liquido fluita da $t = 0$ a $t = 6$, data dall'integrale

$$\int_0^6 \frac{t}{64 + t^2}\, dt$$

È utile osservare che la derivata di $\frac{1}{2}\ln(64+t^2)$ è proprio la funzione integranda, come si potrebbe verificare immediatamente.

SVOLGIMENTO

$$\int_0^6 \frac{t}{64+t^2}\,\mathrm{d}t =$$

osservando che, come ci viene detto nel testo del quesito, $\frac{1}{2}\ln(64+t^2)$ è una primitiva dell'integranda (ovvero, ed è lo stesso, ha derivata l'integranda)

$$= \left[\frac{1}{2}\ln(64+t^2)\right]_0^6 =$$

$$= \frac{1}{2}\ln(64+6^2) - \frac{1}{2}\ln(64+0^2) =$$

$$\boxed{= \tfrac{1}{2}\ln 100 - \tfrac{1}{2}\ln 64}$$

che è già la soluzione esatta richiesta, seppure malamente espressa; per una proprietà dei logaritmi ("logaritmo della radice quadrata")

$$= \ln\sqrt{100} - \ln\sqrt{64} =$$

$$\boxed{= \ln 10 - \ln 8 =}$$

che è la soluzione esatta richiesta, seppure non bene espressa, e si può esprimere, per una proprietà dei logaritmi, in questo modo:

$$= \ln\frac{10}{8} =$$

$$\boxed{\ln\tfrac{5}{4}}$$

(Che vale ≈ 0.2231 come troviamo con WolframAlpha).
Nota. Le unità di misura potrebbero essere, per esempio, per il tempo i secondi, s, e per la portata i decilitri al secondo, dl/s, e allora la quantità di liquido fluito, valore dell'integrale, sarà in decilitri, dl.

ES. 4$_{\mu}$ $^{\%}$ Per un test diagnostico in una determinata popolazione si abbia

	SANI	MALATI
POSITIVI	20	252
NEGATIVI	484	42

Calcolare la specificità del test.

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard del punto decimale, a scelta).
Ricordando la definizione della specificità

$$Sp := \frac{veri\,negativi}{totale\,sani} = \frac{V_-}{V_- + F_+} =$$

coi dati del quesito

$$= \frac{484}{484 + 20} =$$

$$= \frac{484}{504} \approx$$

con la calcolatrice con ragionevole approssimazione

$$\approx 0{,}96$$

e in percentuale come richiesto

$$\boxed{\approx 96\%}$$

ESERCIZIO 5$_\mu$ ≈ Stimare la varianza di questo dataset:
6.0 5.8 4.8 6.5

SVOLGIMENTO

Viene usato lo standard del punto decimale (già nel quesito, e allora anche nello svolgimento).

La media degli $n = 4$ valori è

$$\overline{X}_4 = 5.775$$

Con la formula dello stimatore non distorto della varianza

$$S^2 := \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_k - \overline{X}_n)^2 =$$

abbiamo

$$= \frac{1}{4-1}\left((6.0 - 5.775)^2 + (5.8 - 5.775)^2 + (4.8 - 5.775)^2 + (6.5 - 5.775)^2\right) =$$

e con la calcolatrice

$$\boxed{\approx 0.51}$$