

Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame

Chi si ritira, consegna **solo** questo foglio: col nome e una grande R.  
**Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia**

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

**Legenda**

\* è richiesto il valore esatto. Può anche essere  $+\infty$ ,  $-\infty$ , o una frase.

$\approx$  è richiesta una ragionevole approssimazione.

% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.

(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

**Esercizio 0. Triplice – quesiti basilici –  
chi non risolve almeno 2 non passa l'esame –  
per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.**

**ESERCIZIO 0a** <sub>$\mu_{2026}$</sub>  (R) Quanto vale, numericamente,  $\lg 40 - \lg 4$ ?

1

(Con la classica proprietà della differenza di logaritmi con ugual base, qua 10).

**ESERCIZIO 0b** <sub>$\mu_{2026}$</sub>  (R) \* Trovare cosa manca al posto del punto interrogativo nella fondamentale formula del Calcolo delle Probabilità

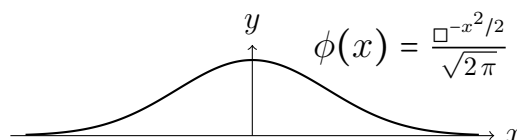
$$? = P(A) \cdot P(B)$$

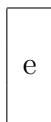
$$P(A \cap B)$$

ovvero anche

$$P(A \text{ et } B)$$

**ESERCIZIO 0c** <sub>$\mu_{2026}$</sub>  (R) \* Quale lettera va al posto del quadretto nella formula della densità normale standard, centrale in Calcolo delle Probabilità e in Statistica Inferenziale?





**ESERCIZIO 1** <sub>$\mu_{2026}$</sub>  (R) \* Un farmaco viene somministrato con infusione continua a velocità costante  $R = 80$  mg/h. Nel paziente in esame, nel range terapeutico la clearance risulta *moderatamente crescente* con la concentrazione plasmatica totale. Ciò è compatibile con un *legame proteico saturabile* che, aumentando la concentrazione, incrementa la frazione libera e quindi la capacità di eliminazione (per farmaci a bassa estrazione). Nel range considerato, tale dipendenza è ben approssimata dalla relazione empirica:  $CL(C) = 6 + 0,5C$  (L/h), dove  $C$  è espresso in mg/L. In condizioni di steady state per un'infusione continua vale:  $R = CL(C)C$  e sostituendo i dati

$$(6 + 0,5C)C = 80 \quad (*)$$

Il problema è stato formulato da un'intelligenza artificiale e non siamo qua in grado di valutarlo dal punto di vista medico. Si chiede solo di risolvere l'equazione (\*) trascurando le unità di misura e con l'ovvia condizione di realtà che la soluzione sia positiva. Se l'incognita  $C$  mette a disagio si scriva  $x$ .

### SVOLGIMENTO

Viene usato lo standard della virgola decimale.

Dalla (\*) per la proprietà distributiva

$$6C + 0,5C^2 = 80$$

$$/ + (-80)$$

$$0,5C^2 + 6C - 80 = 0$$

o, se si preferisce,

$$0,5x^2 + 6x - 80 = 0$$

(Volendo, si potrebbe moltiplicare tutto per 2 per togliere il numero decimale). Risolviamo l'equazione di secondo grado con la classica formula:

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot (-80) = 36 + 160 = 196$$

(Volendo, si potrebbe calcolare  $\frac{\Delta}{4}$  con la nota *formula ridotta*).

$$C = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 0,5} = \frac{-6 \pm 14}{1}$$

$$C = -20 \quad \vee \quad C = 8$$

ed escludendo, come richiesto nel quesito, la soluzione negativa (non fisicamente accettabile per una concentrazione  $C$ ), si conclude dando il valore

$$8$$

(Si tratta in effetti di 8 mg/L).

**ESERCIZIO 2** <sub>$\mu$ 2026</sub> (R) \* In un articolo<sup>(1)</sup> scientifico (2025) sull'intelligenza artificiale applicata alla farmacovigilanza nella terapia antiretrovirale troviamo questi dati relativi al livello di istruzione dei soggetti considerati:

1348 No education

2111 Secondary

2405 Diploma and above

Si disegni un diagramma a torta indicando le percentuali arrotondate a interi.

### SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale, a scelta).

Per prima cosa calcoliamo il numero totale di soggetti:

$$N = 1348 + 2111 + 2405 = 3459 + 2405 = 5864.$$

Calcoliamo le percentuali (poi arrotondate all'intero):

$$p_{\text{No education}} = \frac{1348}{5864} \approx 0.22996 \approx 23\%$$

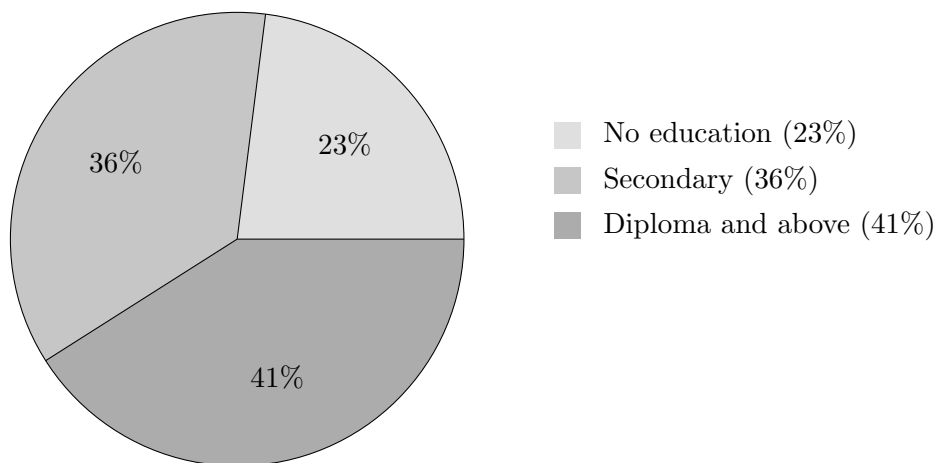
$$p_{\text{Secondary}} = \frac{2111}{5864} \approx 0.36003 \approx 36\%$$

$$p_{\text{Diploma and above}} = \frac{2405}{5864} \approx 0.41001 \approx 41\%$$

Con diverse colorazioni, o indicando "No education", eccetera, sul diagramma:

---

<sup>1</sup>Dagnaw M, Belayneh A. Machine Learning Algorithms for Adverse Drug Reactions Prediction and Identifying Its Determinants Among HIV Patients on Antiretroviral Therapy in the University of Gondar Comprehensive and Specialized Hospital, in Amhara Region, Ethiopia. Health Sci Rep. 2025 Sep 29;8(10):e71306. doi: 10.1002/hsr2.71306. PMID: 41030668; PMCID: PMC12477489.



**ESERCIZIO 3** <sub>$\mu_{2026}$</sub>  \* Calcolare, individuando in particolare la *ragione*,

$$\sum_{n=0}^{+\infty} 0.\bar{6}^n$$

e per il calcolo del risultato finale sarà utile notare che  $0.\bar{6}$  è il doppio di  $0.\bar{3}$ .

### SVOLGIMENTO

Viene usato lo standard del punto decimale.

È una serie geometrica

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^n + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} ar^n$$

con

$$\text{ragione } r = 0.\bar{6} = 0.66666\dots$$

che è un numero fra 0 e 1 esclusi e cioè  $0 < r < 1$  (o, più in generale e con le stesse conseguenze,  $-1 < r < 1$ ) e con  $a = 1$  e allora è convergente con somma

$$\begin{aligned} \frac{a}{1-r} &= \\ &= \frac{1}{1-0.\bar{6}} = \end{aligned}$$

che è il risultato esatto, molto malamente espresso – ma è già qualcosa – e ora seguiamo il consiglio dato nel quesito sulla questione del numero decimale periodico:

$$= \frac{1}{1-2 \cdot 0.\bar{3}} =$$

Ora ricordiamo che  $0.\bar{3}$  ovvero  $0.33333\dots$  è  $\frac{1}{3}$  (è una delle poche costanti che si usa ricordare a memoria) e continuiamo

$$= \frac{1}{1 - 2 \cdot \frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{3}} =$$

3

### ESERCIZIO 4<sub>μ2026</sub> %

Calcolare la specificità di un test rapido antigenico per il COVID-19, per il quale si trovano in un articolo scientifico<sup>(\*)</sup> i seguenti risultati:

	Infetti	Non infetti
Positivo	128	2
Negativo	33	815

<sup>(\*)</sup> Van der Moeren N, Zwart VF, Lodder EB, et al. *Evaluation of the test accuracy of a SARS-CoV-2 rapid antigen test in symptomatic community dwelling individuals in the Netherlands*. PLOS ONE. 2021;16(5):e0250886. doi:10.1371/journal.pone.0250886. [PMc8118553](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0250886).

### SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard del punto decimale, a scelta).

Dalla tabella:

$$\text{veri negativi} = V_- = 815, \quad \text{falsi positivi} = F_+ = 2.$$

Si ha

$$\text{specificità} = \frac{V_-}{V_- + F_+} = \frac{815}{815 + 2} = \frac{815}{817} \approx 0,99755 \approx 99,8\%.$$

$\approx 99,8\%$

**Nota.** L'articolo scientifico considerato, per la *specificity* dà proprio il valore 99,8 – ma scritto 99.8 – e dà anche l'intervallo di confidenza al 95%:

$$95\%CI \ 99.1\% - 100\%$$

e si noti che non usano né lo standard della virgola decimale né quello del punto decimale, bensì quello del punto a mezza altezza.

**ESERCIZIO. 5**  $\mu_{2026}$  \* **Si motivi dettagliatamente la risposta.**

Si supponga che per un test statistico relativo a un'epidemia in corso in uno stato non aderente all'OMS (Organizzazione Mondiale della Sanità), con ipotesi nulla  $H_0$  e alternativa  $H_1$  vera, al livello della significatività statistica  $\alpha = 0.001$ , e la regione critica sia definita da  $T > 163,123$  e lo stimatore  $T := g(X_1, \dots, X_n)$  relativo al test, con questo dataset

796,337 158,934 1,093,305 974,291 633,204 908,351 1,350,831

abbia prodotto il valore 289.018. Quale di queste affermazioni è vera?

- Non è possibile rispondere perché non è specificato il test usato
- Non è possibile rispondere perché non si sa se il campione è gaussiano
- Non si può considerare un  $\alpha = 0.001$
- Non ha senso applicare test statistici a dati provenienti da Stati non aderenti all'OMS
- Non è possibile rispondere perché non si sa se la virgola è virgola decimale
- Non è possibile rispondere perché non è specificato il quantile
- Si commette un errore di prima specie
- Si commette un errore di seconda specie
- Si commette un errore di terza specie
- Era il caso in generale sperato
- Si è sostanzialmente perso tempo

**SVOLGIMENTO**

Viene usato lo standard del punto decimale. (Perché la virgola è separatore delle migliaia in 1,093,305 e 1,350,831, e allora il punto in 289.018 è punto decimale).

Allora 289.018 è circa 289 (e non circa 289mila).

Questo numero non appartiene alla regione critica ( $T > 163,123$ , più di centosessantemila, perché la virgola è separatrice delle migliaia).

Allora non respingiamo l'ipotesi, che è falsa, perché l'alternativa è vera.

Allora *male non respingo ipotesi falsa* e allora

si commette un errore di seconda specie
---