○ **Sì, segno qua una X sul circoletto perchè sono uno studente di anni passati <u>e diverso docente</u> e desidero anche un esame orale, e consegno questo foglio piegato in 2 insieme alla bella copia.**
Chi si ritira, consegna **<u>solo</u>** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono per sè questo foglio, e consegnano solo i fogli di bella copia piegati in due, tutti insieme.
Ci devono essere 6 quesiti: se manca qualcosa chiedere un'altra copia.

Sulle riviste scientifiche internazionali di Farmacia in lingua inglese prevale l'uso del PUNTO DECIMALE. Ma la *Raccomandazione per la prevenzione degli errori in terapia conseguenti all'uso di abbreviazioni, acronimi, sigle e simboli* (settembre 2018) del Ministero della Salute italiano fissa l'uso della VIRGOLA DECIMALE nelle prescrizioni mediche, e inoltre scrive di "usare il punto per separare i tre zeri delle migliaia [...] 1.000 unità". Tenendo poi conto dell'ulteriore problematicità di calcolatrci e display di macchine diagnostiche e medicali, e dell'uso di alcuni del punto a mezza altezza con vari significati, SI DOVRÀ IN OGNI CASO FARE LA MASSIMA ATTENZIONE al riguardo. **<u>In questo tema d'esame si usano entrambi gli standard del punto decimale e della virgola decimale.</u>**

Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
$^{\%}$ è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Nei primi 3 esercizi si usi lo standard della virgola decimale

ES. 1$_{\mu2019}$
$\approx$ Una farmacia deve pagare una certa tassa il cui ammontare (in euro) è pari all'area (in metri quadrati) della farmacia stessa, ridotta di un terzo. La pianta della farmacia, in un piano cartesiano con assi in metri, è il poligono di vertici $(0,0)$, $(0,22)$, $(28,22)$, $(28,11)$, $(17,0)$. Calcolare la tassa.

SVOLGIMENTO

Con un disegno si vede subito che si tratta del rettangolo di vertici $(0,0)$, $(0,22)$, $(28,22)$, $(28,0)$ privato del triangolo rettangolo di vertici $(17,0)$, $(28,0)$, $(28,11)$, di base 11 e altezza 11.

Area rettangolo: $28 \cdot 22 = 616$

Area triangolo: $\frac{11 \cdot 11}{2} = \frac{121}{2}$

Area poligono: $616 - \frac{121}{2} = \frac{1232-121}{2} = \frac{1111}{2}$

Area poligono ridotta di un terzo: $\frac{1111}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1111}{2} = \frac{3333-1111}{2 \cdot 3} = \frac{2222}{6} = \frac{1111}{3}$
e con la corretta approssimazione consueta degli euro ai centesimi

$$\boxed{€\, 370,33}$$

ES. 2$_{\mu 2019}$
≈ Il carbonio risulta avere – almeno secondo alcuni Autori: non possiamo qua garantirlo in forma assoluta e fare Chimica o Fisica; si veda Wikipedia in inglese alla voce *Isotopes of carbon* – 12 isotopi non reperibili in natura (oltre a 3 reperibili in natura) con queste emivite approssimative:

$3,5 \times 10^{-21}$ s, 126,5 ms, 19,3 s, 20,364 min, 2,45 s, 0,747 s,

193 ms, 92 ms, 46,2 ms, 16 ms, <30 ns, 6,2 ms.

Dopo aver convertito minuti, millisecondi e nanosecondi in secondi con le note formule

1 min=60 s, 1 ms=0,001 s, 1 ns=$0,000\,000\,001$ s,

determinare la media interquartile delle emivite.

SVOLGIMENTO

Con la conversione in secondi le emivite sono, nell'ordine iniziale dei dati,

$3,5 \times 10^{-21}$, $0,126\,5$ s, 19,3 s, $1\,221,84$ s, 2,45 s, 0,747 s,

0,193 s, 0,092 s, $0,046\,2$ s, 0,016 s, $< 0,000\,000\,030$ s, $0,006\,2$ s.

Ovvero, in ordine crescente, omettendo l'unità di misura,

$3,5 \times 10^{-21}$ → questo e il seguente potrebbero doversi scambiare

$< 0,000\,000\,030$ → vedi nota alla linea precedente

$0,006\,2$

$0,016$

$0,046\,2$

$0,092$

0,126 5

0,193

$0,747$

$2,45$

$19,3$

$1\,221,84$.

I 12 valori ordinati sono 4 terne di valori, ed eliminate la prima terna (coi valori più bassi) e l'ultima (coi valori più alti), i 6 valori centrali sono

$0,016$
$0,046\,2$
$0,092$
$0{,}126\,5$
$0{,}193$
$0,747$

e la loro media è il valore cercato, la media interquartile, in secondi:

$$\text{IQM} = \frac{0,016 + 0,046\,2 + 0,092 + 0,126\,5 + 0,193 + 0,747}{6} = \frac{1,220\,7}{6} =$$

$$\boxed{\approx 0,203 \text{ s}}$$

(IQM (acronimo di InterQuartile Mean) è un simbolo classicamente usato per la media interquartile; anche iqm e x_{IQM}).

ES. 3$_{\mu 2019}$

$*$ Trovare la minima differenza (assoluta) fra il logaritmo decimale e il suo argomento.

SVOLGIMENTO

Si tratta di trovare il minimo di

$$|\lg x - x|$$

e in effetti di

$$f(x) = x - \lg x$$

perchè $x > \lg x$, com'è del tutto evidente dai ben noti grafici di $y = x$ e $y = \lg x$: la prima curva sta *sopra* la seconda, per ogni x del dominio comune, che è $\mathbb{R}^+$. (Si vedano i 2 grafici su WolframAlpha: link->).

Derivando

$$f'(x) = 1 - \frac{\lg \text{e}}{x} \quad \left[\textit{ovvero}\; 1 - \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln 10} \right] \quad (x > 0)$$

otteniamo la disequazione

$$1 - \frac{\lg \text{e}}{x} > 0 \qquad (x > 0)$$

$$\frac{\lg \mathrm{e}}{x} < 1 \quad \Big/ \cdot x > 0 \ \ in\, dom\, f$$

$$\lg \mathrm{e} < x$$

cioè $f'(x) > 0$ per $x > \lg \mathrm{e}$, allora f là cresce, e prima decresce, allora $\lg \mathrm{e}$ è un punto di minimo relativo e assoluto per f, e allora

$$\min\ f = f(\lg \mathrm{e}) =$$

$$\boxed{\lg \mathrm{e} - \lg(\lg \mathrm{e})}$$

($\approx 0,8$ calcolabile su WolframAlpha con `Log[10,E]-Log[10,Log[10,E]]`).
Su WolframAlpha grafico di $f(x)$: Link->

Da qua in poi si usi lo standard del punto decimale

ES. 4$_{\mu 2019}$
$*$ $^{\%}$ In via semplificata, consideriamo qua terapie che possono avere solo esito fatale (morte) o successo (non si considerano diversi gradi di successo).
Per un certo paziente si stanno ipotizzando 4 procedure:
terapia T1 e poi terapia T2
terapia T2 e poi terapia T4
terapia T3 e poi terapia T4
terapia T5.
Supponendo l'indipendenza degli eventi, trovare quale procedura conviene avendosi queste probabilità di esito fatale:
T1: 9%, T2: 12%, T3: 4%, T4: 11%, T5: 13%.

SVOLGIMENTO

Con gli eventi complementari, si hanno queste probabilità di successo:
T1: 91%, T2: 88%, T3: 96%, T4: 89%, T5: 87%.
Si ha

$$P(successo\, procedura\ 1^\wedge) = 0.91 \cdot 0.88 = 80.08\%$$

$$P(successo\, procedura\ 2^\wedge) = 0.88 \cdot 0.89 = 78.32\%$$

$$P(successo\, procedura\ 3^\wedge) = 0.96 \cdot 0.89 = 85.44\%$$

e allora conviene l'ultima procedura:

$$\boxed{\text{terapia T5}}$$

ES. 5$_{\mu 2019}$
$*$ $^{\%}$ Calcolare

$$P(0 \leq T \leq 1)$$

essendo T una variabile aleatoria Cauchy. Si potrà trarre vantaggio da questa tavola di valori classici:

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

SVOLGIMENTO Con la densità di Cauchy

$$f(t) := \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+t^2}$$

si ha

$$P(0 \leq T \leq 1) = \int_0^1 \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+t^2}\, dt = (\star)$$

calcoliamo l'integrale indefinito, con la linearità dell'integrale

$$\int \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+t^2}\, dt = \frac{1}{\pi} \cdot \int \frac{1}{1+t^2}\, dt = \frac{1}{\pi} \cdot \arctan t + c$$

e riprendiamo il calcolo interrotto, con l'integrale definito,

$$(\star) = \left[\frac{1}{\pi} \cdot \arctan t\right]_0^1 =$$

$$= \frac{1}{\pi} \cdot \arctan 1 - \frac{1}{\pi} \cdot \arctan 0$$

e coi noti valori classici, o con l'aiuto della tavola data,

$$= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} \cdot 0 =$$

$$\boxed{\tfrac{1}{4} = 25\%}$$

ovvero

$$\boxed{0.25 = 25\%}$$

ES. 6$_{\mu 2019}$
$\approx$ Determinare l'intervallo di fiducia per la media, consueto (bilatero centrato) al 95%, con questo campione gaussiano di varianza 9:
17.65 24.38 22.86 20.09 20.71 25.75 21.85
15.82 22.53 19.66 20.26 18.99 17.09 20.52.
Fra le molte possibili scritture della soluzione, stavolta si usi la

$$\mathrm{CI}_{95} = [a, b]$$

("CI" sta per *confidence interval*; si usano anche "95%CI" e molte varianti).

SVOLGIMENTO

Con la media del campione di rango $n = 14$

$$\bar{X}_{14} = \frac{1}{14}\,(17.65 + 24.38 + 22.86 + 20.09 + 20.71 + 25.75 + 21.85+$$

$$+15.82 + 22.53 + 19.66 + 20.26 + 18.99 + 17.09 + 20.52) = \frac{288.16}{14} \approx 20.582\,86$$

e con la nota formula dell'intervallo di fiducia in questione

$$\mathrm{CI}_{95}: \quad \bar{X}_n \pm 1.96\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ora con $\sigma = \sqrt{9} = 3$

$$20.582\,86 \pm 1.96\,\frac{3}{\sqrt{14}}$$

$$20.582\,86 \pm 1.96\,\frac{3}{3.741\,66}$$

$$20.582\,86 \pm 1.96 \cdot 0.801\,784$$

$$20.582\,86 \pm 1.571\,5$$

$$\boxed{\mathrm{CI}_{95} = [19.0, 22.2]}$$

o anche

$$\boxed{\mathrm{CI}_{95} = [19.01, 22.15]}$$

(Salvo un'approssimazione a 2 cifre decimali fatta a mano, i valori erano stati simulati con WolframAlpha con la varianza 9 e la media 20, che effettivamente sta nell'intervallo trovato, seppure in posizione alquanto decentrata. Seguendo questo link potete farvi produrre un altro campione siffatto di 14 elementi, e cliccando di nuovo un altro ancora: https://www.wolframalpha.com/input/?i=14+random+normal+distribution+mean%3D20+variance%3D9; campioni sempre nuovi appena prodotti).