Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
$^{\%}$ è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.

In questo tema d'esame si usano entrambi gli standard del punto decimale e della virgola decimale. Attenzione!

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Nell'esercizio 1 **specificare** se viene usato lo standard del punto o della virgola decimale e risolvere con lo stesso standard.

ES. 1$_{\mu 2020}$

$**$ Supponiamo che la Protezione Civile mandi urgentemente in massa, automaticamente, l'SMS "Bollire l'acqua di rubinetto prima di bere - pericolo di malattia infettiva". (Invii automatici sono stati fatti in passato). Si abbiano questi risultati, con il numero di messaggi inviati espresso in milioni:

Ore: 5:00 Messaggi inviati: 2.3

Ore: 10:00 Messaggi inviati: 3.5

Supponendo una crescita lineare, si trovi l'equazione della grandezza considerata (cioè "Messaggi inviati", che possiamo indicare per esempio con y) in funzione del tempo t, e a che ora sono state inviati 3,100,000 messaggi.
(Non è necessario convertire in forma frazionaria i dati assegnati).

Nei seguenti due esercizi 2 e 3 usare lo standard della virgola decimale

ES. 2$_{\mu 2020}$

Una farmacia fa un sondaggio sul grado di soddisfazione dei clienti. Viene usato un punteggio di tipo scolastico italiano, coi mezzi punti. Rappresentare le frequenze con un bar chart, senza percentuali.

$7, 7, 6, 8, 7\frac{1}{2}, 4, 7\frac{1}{2}, 6, 6\frac{1}{2}, 6, 8\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 5, 7\frac{1}{2}, 7, 2\frac{1}{2}, 7, 8, 7\frac{1}{2}, 9\frac{1}{2}, 6, 5, 8, 5\frac{1}{2}, 9\frac{1}{2},$
$5\frac{1}{2}, 10, 8, 3\frac{1}{2}, 6, 8, 8\frac{1}{2}, 3, 7\frac{1}{2}, 5, 7, 6, 10, 5\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2}, 6, 6, 9, 5\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, 7, 6, 6\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 7, 5, 5, 5\frac{1}{2},$
$4, 8\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, 7, 6\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2}, 6, 8\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2}, 5, 6, 5\frac{1}{2}, 10, 6\frac{1}{2}, 6, 5\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2}, 4, 6, 6\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 6, 10, 4\frac{1}{2},$
$8\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, 7, 5, 7\frac{1}{2}, 3, 6, 6, 6\frac{1}{2}, 6, 10, 9, 5, 7\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2}$

ES. 3$_{\mu 2020}$
$*$ $\approx$ Calcolare

$$\Sigma_{k=1}^{\infty} 5 \ \mathrm{lg}^k 8$$

Nei seguenti tre esercizi 4, 5 e 6 usare lo standard del punto decimale

ES. 4$_{\mu 2020}$
$*$ % Si consideri un'ipotetica malattia con una *letalità* del 25%, cioè con probabilità 1/4 di morire in caso di malattia. (Si tratta di probabilità in senso frequentista). Calcolare la probabilità che di 7 malati ne muoiano più dell'80%, ovviamente supponendo l'indipendenza dei casi. Al risultato espresso in forma esatta si può arrivare sia facendo i calcoli con la frazione $\frac{1}{4}$ che con la sua scrittura decimale 0.25, ma quest'ultimo modo (sconsigliabile) richiederebbe di fare moltiplicazioni a mano perchè una normale piccola calcolatrice tascabile non può fare in forma esatta i calcoli necessari (richiederebbe un display con più cifre).

ES. 5$_{\mu 2020}$
$*$ $\approx$ % Si consideri una variabile aleatoria W di densità $\Gamma(\alpha, \lambda)$

$$f(x) := \begin{cases} \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \mathrm{e}^{-\lambda x} & se \ \ x > 0 \\ \\ 0 & se \ \ x \leq 0 \end{cases}$$

Fissati $\alpha := 2$ e $\lambda := 1$, calcolare la probabilità che W assuma valori ≤ 2.
Un laborioso calcolo sarà risparmiato osservando che

$$-x\, e^{-x} - e^{-x} \text{ ha derivata } x\, \mathrm{e}^{-x}$$

(come sarebbe magari opportuno ritenere a memoria, come $D \sin x = \cos x$).

ES. 6$_{\mu 2020}$
$*$ Supponiamo che per un test di Student, con ipotesi H_0 e alternativa H_1, ad un certo livello α, la regione critica sia definita da $t \geq 1.6602$ e lo stimatore $T := g(X_1, ..., Xn)$ relativo al test abbia prodotto il valore 0.77, e che sia vera H_1. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- Non è possibile rispondere perchè non è specificato quale test si usa
- Non è possibile rispondere perchè non è specificato α
- Si è sostanzialmente perso tempo
- Si commette un errore di prima specie
- Si commette un errore di seconda specie
- Era il caso in generale sperato