

◦ Sì, segno qua una X sul circoletto perchè sono uno studente di anni passati e diverso docente e desidero anche un esame orale, e consegno questo foglio piegato in 2 insieme alla bella copia.

Chi si ritira, consegna solo questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono per sè questo foglio, e consegnano solo i fogli di bella copia piegati in due, tutti insieme.

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda

* è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.

\approx è richiesta una ragionevole approssimazione.

% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.

(R) è richiesto solo il risultato.

In questo tema d'esame possono comparire entrambi gli standard del punto decimale e della virgola decimale.

In ogni esercizio in cui nel quesito o nello svolgimento compaiono numeri che in italiano diciamo *con la virgola*, scrivere all'inizio dello svolgimento se è usato lo standard del punto o della virgola decimale.

Ovviamente se nel testo di un quesito c'è qualcuno di quei numeri, lo svolgimento va fatto continuando con lo stesso standard.

**ESERCIZIO 0. Triplice – quesiti basici –
chi non risolve almeno 2 non passa l'esame –
per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.**

ESERCIZIO 0a _{μ} (R) * Quanto vale numericamente $\ln e$?

1

(Perchè 1 è l'esponente da dare a e, base del logaritmo naturale, per avere e).

ESERCIZIO 0b _{μ} (R) * È più probabile o meno probabile o ugualmente probabile l'uscita al lotto della cinquina 1, 2, 3, 4, 5 piuttosto che la cinquina 26, 45, 51, 70, 82?

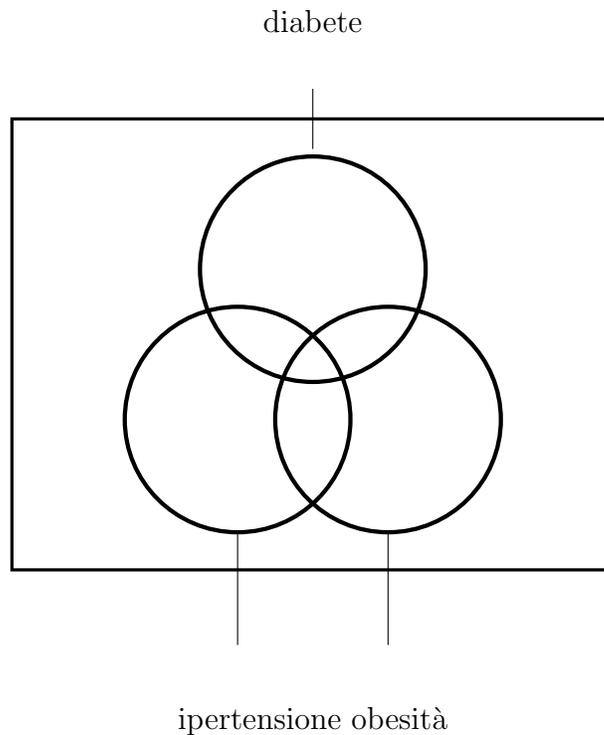
ugualmente probabile

ESERCIZIO 0 c_μ (R) La funzione inversa della $\Phi(x)$ dà i (Completare con 2 parole).

quantili normali

ESERCIZIO 1 $_\mu$ * Rappresentare coi diagrammi di Eulero-Venn la situazione che si forma considerando le 3 patologie diabete, ipertensione e obesità, e poi si elenchino i 7 casi possibili di malattia, singola o multipla, che si evidenziano nel diagramma, a partire dal caso peggiore: “ha diabete e ipertensione e obesità”, continuando con “ha diabete e ipertensione ma non obesità”, e finendo con “ha solo diabete”. (A priori non esiste un ordine standard per elencare i 7 casi, ma già abbiamo fissato quali sono il primo e il secondo e il settimo).

SVOLGIMENTO



ha diabete e ipertensione e obesità
 ha diabete e obesità ma non ipertensione
 ha diabete e ipertensione ma non obesità
 ha ipertensione e obesità ma non diabete
 ha solo obesità
 ha solo ipertensione
 ha solo diabete

ESERCIZIO 2_μ Si progetta un impianto corporeo per il rilascio di un farmaco dentro il corpo umano. Supponiamo che lo spazio interno sarà un cilindro (nel senso di cilindro circolare retto, senza stranezze: il cilindro del linguaggio comune) di lunghezza 2,125 cm e diametro 1 cm. Tuttavia quel volume andrà ridotto di un quarto (cioè della quarta parte) per contenere la meccanica e l'elettronica del dispositivo. Quanto volume rimane per il farmaco?

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale, come già nel quesito (infatti è impensabile che nel numero 2,125 la virgola sia separatore delle migliaia, ciò che porterebbe a una dimensione di più di 2mila centimetri, impensabile per un impianto corporeo).

Il raggio r del cilindro è la metà 0.5 del diametro di 1 cm. (Ricordiamo che il volume di un cilindro – anche non circolare e non retto, seppure poi non ci interesseranno tali casi – è area di base per altezza

$$V = B \cdot h$$

e quindi in particolare vale la formula seguente).

Il volume di un cilindro circolare retto di raggio r e altezza h è

$$V = \pi r^2 h$$

e ora, facendo i calcoli senza unità di misura,

$$\begin{aligned}
 V &= \pi \cdot 0,5^2 \cdot 2,125 = \\
 &= \pi \cdot 0,25 \cdot 2,125 \approx \\
 &\approx 3,14 \cdot 0,25 \cdot 2,125 \approx \\
 &\approx 1,668\,125
 \end{aligned}$$

che ridotto della sua quarta parte dà

$$1,668\,125 - \frac{1,668\,125}{4} \approx$$

e infine, con la corretta unità di misura,

$$\approx 1,251 \text{ cm}^3$$

ESERCIZIO 3 _{μ} * Calcolare

$$\int \frac{1}{x^{\frac{7}{5}}} dx$$

(che è un tipico integrale delle Termodinamica, riferentesi al lavoro in una trasformazione adiabatica, e $\frac{7}{5} = 1.4$ è una costante dei gas ideali biatomici, e quindi, approssimativamente, dell'aria).

SVOLGIMENTO

È stato usato lo standard del punto decimale. (Solo nel testo del quesito)

Ricordando che

$$\forall \alpha \neq -1 \quad \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (*)$$

ora

$$\int \frac{1}{x^{\frac{7}{5}}} dx =$$

per le proprietà delle potenze

$$= \int x^{-\frac{7}{5}} dx =$$

che adesso per la (*) con $\alpha = -\frac{7}{5}$ dà

$$\int x^{-\frac{7}{5}} dx = \frac{x^{-\frac{7}{5}+1}}{-\frac{7}{5}+1} + c = \frac{x^{-\frac{2}{5}}}{-\frac{2}{5}} + c =$$

$$\left| -\frac{5}{2} x^{-\frac{2}{5}} + c \right|$$

o equivalentemente, e più conformemente al testo del quesito,

$$\left| -\frac{5}{2x^{\frac{2}{5}}} + c \right|$$

o equivalentemente, ma meno bene visto che il testo usa la frazione,

$$\left| -\frac{5}{2x^{0.4}} + c \right|$$

$$\left| -\frac{2.5}{x^{0.4}} + c \right|$$

$$\left| -\frac{5}{2} x^{-0.4} + c \right|$$

$$\left| -2.5 x^{-0.4} + c \right|$$

ESERCIZIO 4 μ % Consideriamo 3 possibili strategie terapeutiche per un certo tipo di animale con una determinata malattia:

- 1) terapia A per 2 settimane con probabilità di exitus (morte) 35%;
 - 2) terapia B per 1 settimana con probabilità di exitus 20%, e seguita in caso di sopravvivenza da terapia C per 1 settimana con probabilità di exitus 10%;
 - 3) non fare nulla, con probabilità di sopravvivenza 60% in 2 settimane.
- Quale scelta garantisce la miglior probabilità di sopravvivenza a 2 settimane?

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale (ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale, a scelta).

- 1) $P(\text{sopravvivenza}) = 1 - P(\text{exitus}) = 1 - 0.35 = 0.65$.
- 2) $P(\text{sopravvivenza}) = (1 - 0.2) \cdot (1 - 0.1) = 0.72$.
- 3) $P(\text{sopravvivenza}) = 0.6$.

2

ESERCIZIO 5 μ * Supponiamo che per un test statistico, con ipotesi (nulla) H vera e alternativa A , ad un certo livello $\alpha > 5\%$, la regione critica sia $\{T > 2.78\}$ e il calcolo dello stimatore del test dia $T = g(x_1, \dots, x_n) = 3.22$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- Il risultato è sostanzialmente inutile perchè $\alpha > 5\%$
- Era il caso in generale sperato
- Si commette un errore di prima specie
- Si commette un errore di seconda specie
- Non è possibile rispondere perchè non è specificato il livello α
- Non è possibile rispondere perchè non è specificato il test usato
- Possiamo affermare che necessariamente è stato usato il test di Student.

Svolgimento

Verrà usato lo standard del punto decimale (come nel testo del quesito).

Lo stimatore T vale 3.22 che \in alla regione critica, e l'ipotesi (nulla) è vera. Allora “male respingo ipotesi vera”, cioè

si commette un errore di prima specie

(Che è il caso peggiore).